

5 Naprezanja u tlu.

5.1 Načelo efektivnih naprezanja.

Ilustracija: položite spužvu u posudu s nešto vode tako da spužva bude potopljena kao na slici i da sve pore budu ispunjene vodom. Dolijevajte vodu u posudu i promatrajte mijenja li spužva volumen ili oblik. Opteretite spužvu laganim krutim predmetima, ili rukom. Mijenja li spužva volumen, mijenja li oblik? Promijenite redoslijed. Potopljenu spužvu prvo opteretite, možda u koracima, zatim dolijevajte vodu.

Očigledno, voda u porama spužve, povezana sa vodom u posudi, prenosi tlak vode i povećanja tlaka vode. Čvrsti dio spužve zato ne reagira na dolijevanje vode – ako je spužva cijela potopljena i sve su pore ispunjene vodom.

Opteretimo li čvrsti dio spužve neposredno, predmetom, tako da je moguće istjecanje vode iz pora, dogodi se deformacija.

Ali, ako spužvu zatvorimo nepropusnom membranom, tako da istjecanje vode nije moguće, neće biti ni bitne deformacije.

Za razliku od spužve, o elastičnosti skeleta tla može se govoriti samo pri veoma malenim promjenama naprezanja, te je ova ilustracija korisna da se razlikuje prijenos opterećenja preko skeleta tla i preko vode, ništa više. Skelet tla – koji čine čvrste čestice, te pore između – koje su povezane u jedinstveni prostor potpuno ili djelomično ispunjen vodom, različito prenose opterećenje i različito sudjeluju u deformiranju, pa zato razlikujemo dio naprezanja u tlu koji prenosi skelet tla i dio koji prenosi voda.

NAČELO EFEKTIVNIH NAPREZANJA, kako ga je 1936. godine uveo Karl Terzaghi, a niz istraživača kasnije potvrdio vrlo pažljivim mjerenjima, smatra se temeljnim načelom u mehanici tla. Naprezanje koje prenosi cijelo tlo zovemo **ukupno** ili **totalno naprezanje** (*total stress*). Naprezanje koje prenosi voda, o kojemu se više može naći u posebnom poglavlju, zovemo **tlak porne vode** (*pore water pressure*).

(A) **RAZLIKU IZMEĐU UKUPNOG NAPREZANJA I TLAKA PORNE VODE ZOVEMO efektivno naprezanje** (*effective stress*).

Za okomita ili normalna naprezanja vrijedi da je u svakoj točki i svakoj ravnini okomito ili normalno efektivno naprezanje jednako razlici između okomitog ili normalnog ukupnog naprezanja i tlaka porne vode¹.

$$\sigma' = \sigma - u$$

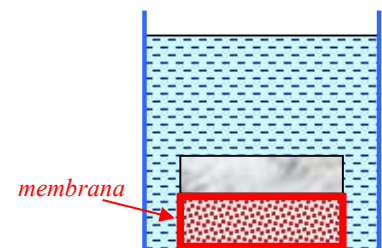
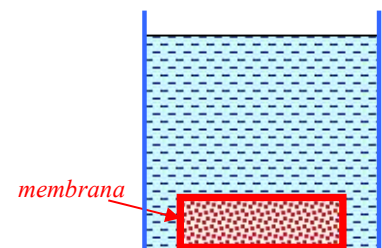
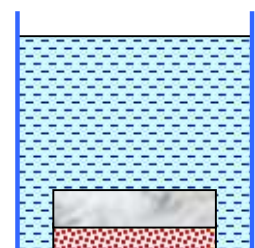
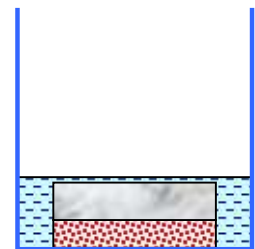
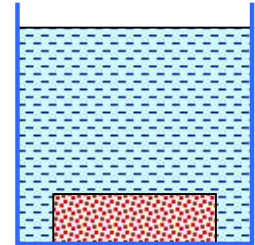
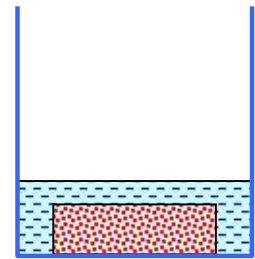
Što se tiče posmičnih ili tangencijalnih naprezanja, kako voda u mirovanju ili sporom strujanju ne prenosi takva naprezanja, u svakoj točki i svakoj ravnini, tangencijalna ili posmična efektivna naprezanja jednaka su tangencijalnim ili posmičnim ukupnim naprezanjima.

$$\tau' = \tau$$

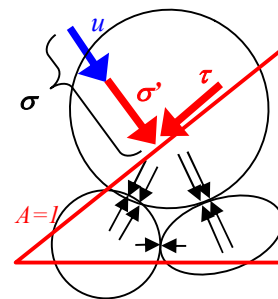
Samo se ukupna naprezanja i porni tlak mogu mjeriti, a efektivna naprezanja su izvedena veličina, izravno nemjerljiva, ali

(B) **SVI MJERLJIVI EFEKTI PROMJENE NAPREZANJA, KAO ŠTO SU KOMPRESIJA I DISTORZIJA (DAKLE: DEFORMACIJE), KAO I ČVRSTOĆA, UZROKOVANI SU SAMO PROMJENOM EFEKTIVNIH NAPREZANJA.**

¹ Iako se često bavimo vertikalnim naprezanjima, ovo vrijedi za svaki smjer.



Efektivna su naprezanja, očigledno, onaj dio naprezanja koji prenose čvrste čestice ili skelet tla. Pri tome vrijedi primijetiti da se i ukupna naprezanja i tlak porne vode, pa dakle i efektivna naprezanja, definiraju po jediničnoj površini ukupnog presjeka. Dakle, efektivna naprezanja nisu kontaktna naprezanja, tj. ne mjere se po površini dodira čvrstih čestica nego po ukupnoj površini cjelokupnog tla. Kako je dodirna površina između čvrstih čestica posve malena, jasno je da su kontaktna naprezanja bitno veća, ovisno o obliku i veličini čestica i slično.



Vrijedi posebno napomenuti da se načelo efektivnih naprezanja odnosi na sve smjerove, ne samo na – u geotehnici najčešće razmatrana – vertikalna naprezanja.

Tlak zraka ovdje se ne spominje. Ponašanje nezasićenog tla se intenzivno istražuje, ali u svakodnevnoj praksi u geotehnici i danas najčešće pribjegavamo izboru između pretpostavki (1) o suhom tlu ili (2) o zasićenom tlu u kome vrijedi gore izrečeno načelo efektivnih naprezanja. Djelomično zasićeno tlo zahtijeva bitno više truda.

5.2 Naprezanja u horizontalno uslojenom tlu neopterećenom na površini. Stanje mirovanja.

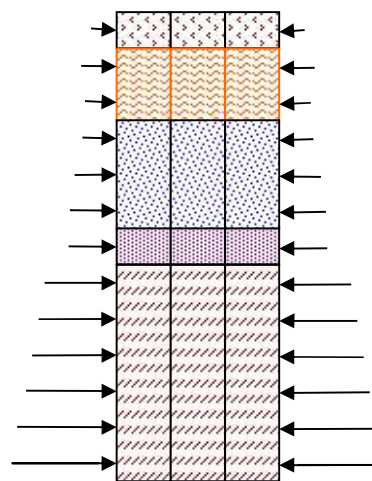
5.2.1 Horizontalno uslojeno tlo. Stanje mirovanja.

O horizontalno uslojenom tlu govorimo kada su površina terena i granice između slojeva (područja tla gotovo jednakih svojstava) približno horizontalne. U takvom slučaju, kako svojstva tla, tako i naprezanja u tlu ne ovise o horizontalnom položaju promatrane točke, nego samo o dubini, a i horizontalne i vertikalne ravnine slobodne su od posmičnih naprezanja (ne i ostale!). Možemo zamisliti da tlo sustavom vertikalnih ravnina virtualno podijelimo u stupce, oni se međusobno dodiruju. Horizontalno je deformiranje tako spriječeno postojanjem susjednih stupaca tla, pa se deformacija uslijed široko rasprostrtog opterećenja događa se samo u vertikalnom smjeru. Vertikalna naprezanja možemo izračunati, kako je to pokazano u nastavku, iz opterećenja (jednoliko rasprostrtog po površini) i vlastite težine tla. Veličina horizontalnih naprezanja određena je veličinom vertikalnih naprezanja, poviješću naprezanja, i uvjetom da nema horizontalnih deformacija:

$$\begin{aligned} \varepsilon_h &= \sigma_h/E + (\sigma_h/E + \sigma_h/E) \nu = 0 && \text{u elastičnom području} \\ &\Rightarrow \sigma_h = \sigma_v \nu / (1 - \nu) \\ \sigma_h &= \sigma_v K_0 && \text{općenito} \end{aligned}$$

gdje K_0 zovemo *koeficijent mirovanja*, a odgovarajuće stanje deformacija i naprezanja zovemo *stanje mirovanja*.

Povijest opterećenja je naročito je važna pri procjeni pritisaka tla na potporne konstrukcije i slično, pa se u odgovarajućim poglavljima može naći više podataka.



5.2.2 Totalna vertikalna naprezanja u horizontalno uslojenom tlu.

Promatrajmo na dubini z element tla omeđen vertikalnim i horizontalnim ravninama tako da ima jediničnu površinu horizontalnog presjeka i visinu Δz . Ravnoteža vertikalnih sila tada daje

$$\sigma(z+\Delta z) = \sigma(z) + \gamma(z) \Delta z$$

ili: prirast vertikalnih totalnih naprezanja po dubini jednak je jediničnoj težini:

$$\Delta\sigma(z) / \Delta z = \gamma(z)$$

Da bismo procijenili vrijednost vertikalnog totalnog naprezanja na dubini z , trebamo podatke o rasporedu slojeva, dubine granica slojeva i jedinične težine pojedinih slojeva. Izabranom nizu slojeva odgovara niz debljina slojeva:

$$\Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_i, \dots \text{ sve do tražene dubine } z;$$

niz dubina granica slojeva:

$$z_1 = \Delta z_1, z_2 = z_1 + \Delta z_2, \dots, z_i = z_{i-1} + \Delta z_i, \dots \text{ sve do tražene dubine } z;$$

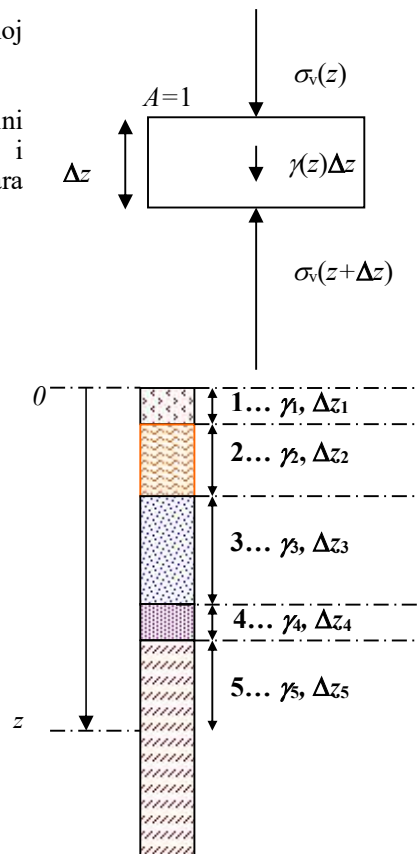
niz jediničnih težina:

$$\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_i, \dots$$

Vertikalno naprezanje tražimo u nizu točaka: posebno na dubini z , $\sigma_v(z)$, vertikalno naprezanje je jednako težini stupca jedinične površine tlocrta i dubine z zajedno s opterećenjem na površini:

$$\sigma_v(z) = \sum \gamma_i \Delta z_i + \sigma_v(0)$$

tj. vertikalno naprezanje dobijemo kao zbroj umnožaka jedinične težine i debljine sloja, za sve slojeve do tražene dubine (možemo li pretpostaviti konstantnu vrijednost γ_i za svaki sloj i), pri čemu uvijek treba dodati i opterećenje na površini – u ovom slučaju bavimo se opterećenjem koje je široko rasprostrto, jednoliko.



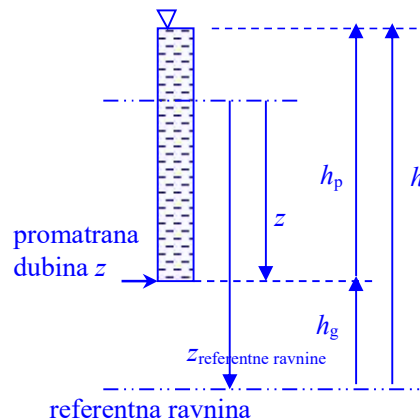
5.2.3 Tlak porne vode u horizontalno uslojenom tlu

Tlak porne vode u horizontalno uslojenom tlu s horizontalnom razinom podzemne vode, gdje se sve promjene događaju samo sa promjenom dubine, promatrajući opet element tla na dubini z i visine dz , a jedinične površine u horizontalnom smjeru, jednak je

$$u(z) = \gamma_w h_p(z) = \gamma_w [h(z) - h_g(z)] = \gamma_w [h(z) + z - z_{\text{referentne ravnine}}]$$

Dakle, promjena tlaka porne vode po dubini – u situaciji vertikalnog strujanja ili bez strujanja jednaka je

$$\Delta u(z) / \Delta z = \gamma_w [\Delta h(z) / \Delta z + 1] = \gamma_w [-i(z) + 1] = \gamma_w - i(z) \gamma_w$$



5.2.4 Efektivna vertikalna naprezanja u horizontalno uslojenom tlu s vertikalnim strujanjem

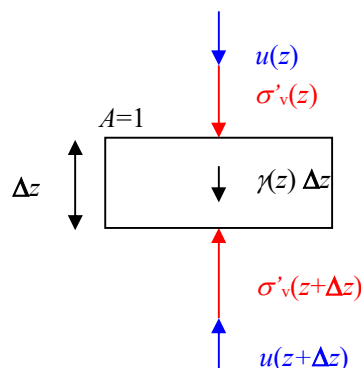
Zanima li nas vertikalno efektivno naprezanje u horizontalno uslojenom tlu, možemo ga dobiti ili kao razliku totalnih naprezanja i pornog tlaka ili integrirajući doprinose efektivnih naprezanja po dubini.

Promatramo element tla na dubini z visine Δz jedinične horizontalne površine i vertikalne sile koje djeluju na taj element

$$\sigma'_v(z+\Delta z) + u(z+\Delta z) = \sigma'_v(z) + u(z) + \gamma(z) \Delta z$$

$$\sigma'_v(z+\Delta z) + \gamma_w h_p(z+\Delta z) = \sigma'_v(z) + \gamma_w h_p(z) + \gamma(z) \Delta z$$

$$\sigma'_v(z+\Delta z) + \gamma_w [h(z+\Delta z) - h_g(z+\Delta z)] = \sigma'_v(z) + \gamma_w [h(z) - h_g(z)] + \gamma(z) \Delta z$$



$$\sigma_v'(z+\Delta z) + \gamma_w [h(z+\Delta z) + (z+\Delta z - z_{\text{referentne ravnine}})] = \sigma_v'(z) + \gamma_w [h(z) + z - z_{\text{referentne ravnine}}] + \gamma(z) \Delta z$$

$$\begin{aligned} \sigma_v'(z+\Delta z) - \sigma_v'(z) &= \gamma(z) \Delta z + \gamma_w [z - z - \Delta z] + \gamma_w [h(z) - h(z+\Delta z)] = \\ &= \gamma(z) \Delta z - \gamma_w \Delta z + \gamma_w [-\Delta h(z)/\Delta z] \Delta z = \\ &= [\gamma(z) - \gamma_w + i(z)\gamma_w] \Delta z \end{aligned}$$

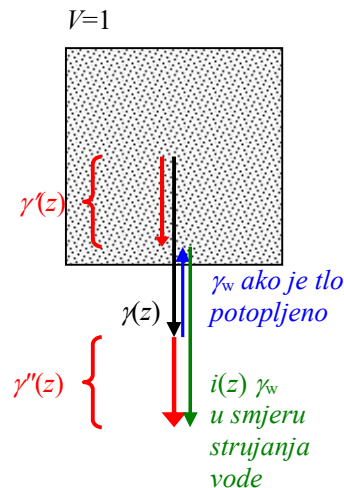
Dakle, prirast vertikalnog efektivnog naprezanja po jedinici dubine je

$$\Delta \sigma_v'(z)/\Delta z = \gamma(z) - \gamma_w + i(z)\gamma_w = \gamma''(z)$$

$\gamma''(z)$ zovemo *efektivnom jediničnom težinom*.

Čine je tri pribrojnika:

- + $\gamma(z)$, jedinična težina tla, tj. težina jediničnog volumena tla, usmjerena je prema dolje,
- γ_w , uzgon na tlo jediničnog volumena – u području u kojem postoji porni tlak, usmjeren je prema gore,
- + $i(z)\gamma_w$, strujni tlak na element jediničnog volumena, u području strujanja, usmjeren u smjeru strujanja, dakle dodaje se težini ako voda struji vertikalno prema dolje, oduzima od težine ako struji prema gore.



Vertikalno efektivno naprezanje dobijemo podijelimo li tlo u slojeve unutar kojih je efektivna jedinična težina tla konstantna, tako da imamo niz debljina slojeva u kojima su, unutar svakog, konstantna i svojstva tla i potopljenost odnosno hidraulički gradijent:

$\Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_i, \dots$ sve do tražene dubine z ;

niz dubina granica slojeva:

$z_1 = \Delta z_1, z_2 = z_1 + \Delta z_2, \dots, z_i = z_{i-1} + \Delta z_i, \dots$ sve do tražene dubine z ;

niz efektivnih jediničnih težina:

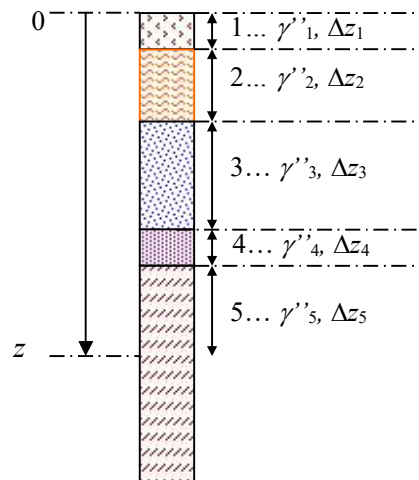
$\gamma''_1, \gamma''_2, \dots, \gamma''_i, \dots$

tako da na dubini z , vertikalno efektivno naprezanje jednako je sumi svih efektivnih težina uvećanoj za efektivno opterećenje na površini:

$$\sigma_v'(z) = \sum \gamma''_i \Delta z_i + \sigma_v''(0)$$

Jasno, vertikalno efektivno naprezanje možemo izračunati i po definiciji:

$$\sigma_v'(z) = \sigma_v(z) - u(z)$$



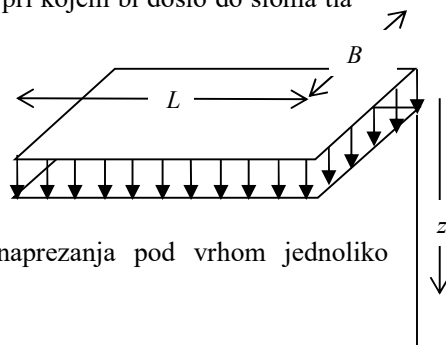
5.3 Dodatna naprezanja od široko rasprostrtog opterećenja

Dodamo li široki nasip na površinu postojećeg terena, kao novi sloj tla, zadržava se sprječenoš horizontalnih deformacija tla, i – za svaku dubinu jednako – vertikalna se naprezanja povećavaju za veličinu dodatnog opterećenja, što je ilustrirano u zadatku u nastavku.

5.4 Dodatna naprezanja od koncentriranog opterećenja na površini

Dodatnim napreznjima smatraju se ona koja nastaju uslijed opterećenja nanesenog građevinom ili drugačije. To su prije svega naprezanja od kojih računamo slijeganja u tlu. U najjednostavnijim i najčešćim slučajevima zadržavamo se na procjeni samo vertikalnih napreznja, i to pretpostavljajući elastičnost tla, te uz njih koristimo parametre stišljivosti tla koji odgovaraju stanju mirovanja (bez horizontalnog deformiranja). To možemo slobodno činiti ako su opterećenja relativno malena – dovoljno manja (dakle nekoliko puta manja) od opterećenja pri kojem bi došlo do sloma tla pod temeljem, tj. od nosivosti tla pod temeljem.

Veličinu dodatnih napreznja od koncentrirane sile na površini terena daje Boussinesq-ovo rješenje za elastični homogeni poluprostor (1885) iz kojeg je izveden niz drugih jednostavno primjenjivih rješenja.



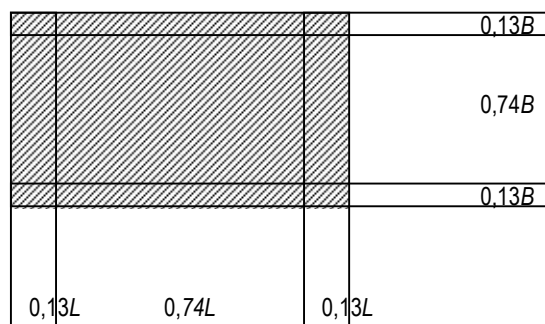
Steinbrenner (1934) daje rješenje za dodatna vertikalna napreznja pod vrhom jednoliko opterećenog pravokutnika:

$$\Delta\sigma = \frac{q}{2\pi} \left[\arctg \frac{\frac{L}{B}}{\frac{z'}{B} \sqrt{1 + \left(\frac{L}{B}\right)^2 + \left(\frac{z'}{B}\right)^2}} + \frac{\frac{z'}{B}}{\sqrt{1 + \left(\frac{L}{B}\right)^2 + \left(\frac{z'}{B}\right)^2}} \left[\frac{\frac{L}{B}}{\left(\frac{L}{B}\right)^2 + \left(\frac{z'}{B}\right)^2} + \frac{\frac{L}{B}}{1 + \left(\frac{z'}{B}\right)^2} \right] \right]$$

pri čemu z' je dubina pod opterećenom površinom (u slučaju temelja to je dubina ispod dna temelja), L i B su duljine stranica opterećenog pravokutnika, pri čemu $L > B$, a q je veličina jednolikog opterećenja.

Pretpostavljajući linearnost ponašanja tla, što je prihvatljivo ako su opterećenja dovoljno malena, zbrajanjem utjecaja od niza jednoliko opterećenih pravokutnika (neka opterećenja pri tome mogu biti negativna), može se dobiti dodatno vertikalno napreznje uslijed općeg oblika opterećenja.

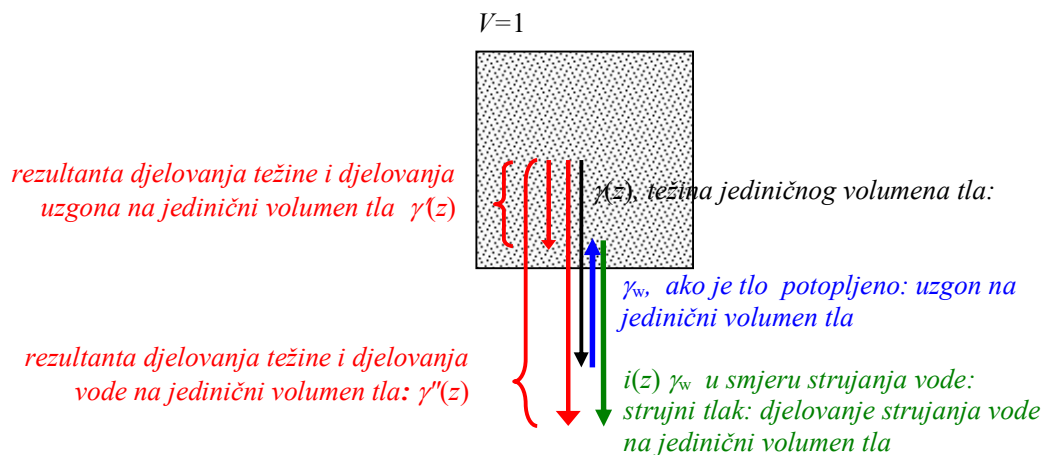
Za krute temelje mogu se koristiti Kany-evi dijagrami koji prikazuju dodatna vertikalna napreznja pod *karakterističnom točkom* pravokutnog opterećenja na površini. To je točka (ustvari četiri točke) jednoliko opterećenog pravokutnika koji je istog tlocrta kao i analizirani temelj, istog ukupnog opterećenja, a koja ima isto slijeganje kao kruti temelj (Grasshof, 1951). Naime, prema Steinbrennerovim izrazima, jednostavno se izračunaju dodatna napreznja uslijed opterećenja jednolikog po pravokutnom dijelu površine, ali stvarni kruti temelji nemaju jednolika kontaktna napreznja, nego jednolika slijeganja. Te su četiri točke udaljene od svakog ruba dna temelja za 13% širine, tj. duljine dna temelja.



Ovi izrazi ne sadrže podatke o tlu i vrijede samo u području malih napreznja i malih deformacija. Koje je to područje ovisi o svojstvima tla i relativnoj veličini opterećenja.

5.5 Citirana i preporučljiva literatura:

1. Boussinesq, J. (1885) *Application des Potentiels à l'Étude de l'Équilibre et du Mouvement des Solides Élastiques*, Paris, Gauthier-Villard – prema Terzaghi, 1943
2. Grasshof, H. (1951) *Setzungsbereshungen starrer Fundamente mit Hilfe des kennzeichnenden Punktes*, Der Bauingenieur, Berlin, str. 53-54
3. Steinbrenner, W. (1934) Tafeln zur Setzungsberechnung, *Die Strasse*, Vol.1, 121-124 – prema Terzaghi, 1943
4. Terzaghi, K. (1943) *Theoretical Soil Mechanics*, John Wiley and Sons, Inc. New York-London-Sydney – prema prijevodu Terzaghi (1972)
5. Terzaghi, K. (1972) *Teorijska mehanika tla*, Naučna knjiga, Beograd
6. Nonveiller, E., 1990, *Mehanika tla i temeljenje građevina*, Školska knjiga, 823 str.... više primjeraka nalazi se u Knjižnici u Kačićevoj ulici, knjiga se može kupiti u knjižarama
7. Lambe, T.W., Whitman, R.V., 1969, *Soil Mechanics*, John Wiley & Sons, Inc., New York, 553 str.... više primjeraka nalazi se u Knjižnici u Kačićevoj ulici
8. Holtz, R.D., Kovacs, W.D., 1981, *An Introduction to Geotechnical Engineering*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 733 str.
9. ... ostala dostupna literatura



Slika 5-1. Skica sila na element tla jediničnog volumena, na mjestu tj. na dubini z od djelovanja težine i vode: γ predstavlja težinu, γ_w uzgon, a $i\gamma_w$ strujni tlak; γ' je rezultanta djelovanja težine i vode ako je tlo potopljeno, a γ'' ako pri tome voda u tlu struji. Svim ovim silama hvatište je u težištu, uz pretpostavku da je tlo homogeno.