XXVI. PREDAVANJE

Dogovor o referentnoj točki. Definicija trenutne snage. Dvije fizikalno smislene definicije prividne snage. Aritmetička prividna snaga − zbroj maksimalnih djelatnih snaga faza. Sistemska prividna snaga − maksimalna aritmetička snaga. Dodatna komponenta rastava sistemske prividne snage − snaga nesimetrije. Potreba za trenutnom kompenzacijom. Komponente trenutne snage. Trenutna djelatna snaga. Trenutna jalova snaga. Trenutna prividna snaga. Kompenzatori bez reaktivnih komponenata. Uvjeti trenutne kompenzacije. Potpuna kompenzacija. Kompenzatori s reaktivnim komponentama. Nemogućnost trenutne kompenzacije u jednofaznim mrežama. Trenutna kompenzacija u trofaznim uravnoteženim mrežama.

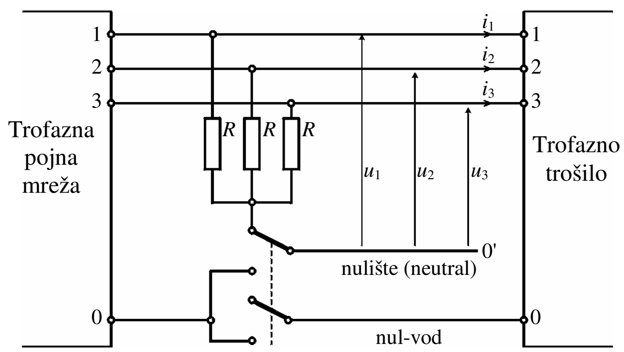
26. ENERGETSKI ODNOSI − PRIVIDNA I TRENUTNA SNAGA

26.1 PRIVIDNA SNAGA

26.1.1 Dvije definicije prividne snage

U jednoprilaznim (jednofaznim) mrežama fizikalni smisao imaju pojmovi trenutne i djelatne (srednje) snage, kako je pokazano u poglavlju 16. Izrazi za trenutnu i djelatnu snagu ne ovise o odabranom sustavu referencija. Za razliku od ovih pojmova prividna snaga je dogovorna veličina koja ima puni fizikalni smisao u jednom jedinom sustavu referencija, tj. ako se kao referentna točka odabere jedan od priključaka jednoprilaza. Tada prividna snaga postaje ona najveća djelatna snaga koja bi se na tom prilazu *mogla* postići uz dane efektivne vrijednosti napona i struje jednoprilaza.

Zbog toga, da bi se pokušala očuvati fizikalna smislenost pojma prividne snage i u višefaznim mrežama *dogovorena* je referentna točka s obzirom na koju je definirana trenutna snaga. To je *neutral* (*nulište*) u slučaju *m*-faznih *m*-žilnih mreža, odnosno *zvjezdište* u slučaju *m*-faznih *m*+1-žilnih mreža. Tako je primjerice za u praksi



Sl. 26.1 Karakteristične veličine trofazne mreže.

najvažniju višefaznu mrežu, a to je trofazna mreža, definirana *trenutna snaga* kao

$$p(t) = \sum_{k=1}^{3} u_k(t)\, i_k(t) \tag{1}$$

gdje je $u_k(t)$ trenutna vrijednost faznog napona *k*-te faze a $i_k(t)$ je trenutna vrijednost struje *k*-te faze. Analogno tome, definirana je i djelatna snaga kao

$$P = \sum_{k=1}^{3} P_k = \sum_{k=1}^{3}\left(\frac{1}{T}\int_0^T u_k(t)\, i_k(t)dt\right) \tag{2}$$

Pokušaj da se prividna snaga trofazne mreže definira s pomoću najveće moguće djelatne snage, dakle analogno jednofaznim mrežama, odmah vodi na *dvije definicije* prividne snage.

U skladu s prvom definicijom, trofazna se mreža promatra kao *zbroj triju jednofaznih mreža*, pa se prividna snaga definira kao *zbroj maksimalnih djelatnih snaga* pojedinih faza, tj.

$$S_{AR} = \sum_{k=1}^{3} \max(P_k) \tag{3}$$

i naziva se ***aritmetičkom prividnom snagom***.

U skladu s drugom definicijom, trofazna se mreža promatra kao *jedinstvena cjelina* pa se prividna snaga definira kao *maksimum zbroja maksimalnih djelatnih snaga* pojedinih faza, tj.

$$S_S = \max\,[\sum_{k=1}^{3} \max(P_k)] \tag{4}$$

i naziva se ***sistemskom prividnom snagom***.

26.1.2 Aritmetička prividna snaga

Pretpostavimo trofaznu mrežu u kojoj između *k*-te faze i nulišta djeluje naponski izvor valnog oblika

$$u_k(t) = \sqrt{2}\sum_{n=1}^{n_0} U_k(n)\sin(n\omega t + \alpha_{k,n})$$

gdje je $U_k(n)$ efektivna vrijednost *n*-tog harmonijskog člana, $\alpha_{k,n}$ je početna faza *n*-tog harmonijskog člana a n_0 je broj relevantnih harmonijskih članova.

Ako pretpostavimo da se skup harmonijskih članova struje *k*-te faze *ne razlikuje* od skupa harmonijskih članova napona, to će struja *k*-te faze biti dana izrazom

$$i_k(t) = \sqrt{2}\sum_{n=1}^{n_0} I_k(n)\sin(n\omega t + \alpha_{k,n} - \psi_{k,n})$$

Djelatna snaga je očigledno, prema (16.4), jednaka

$$P=\sum_{k=1}^{3}P_k=\sum_{k=1}^{3}\sum_{n=1}^{n_0}U_k(n)I_k(n)\cos\psi_{k,n}$$

Odredimo sada aritmetičku prividnu snagu. Problem se time, u skladu s izrazom (3), svodi na određivanje maksimalne djelatne snage u k-toj fazi, tj.

$$\max(P_k)=\max\,[\sum_{n=1}^{n_0}U_k(n)I_k(n)\cos\psi_{k,n}]$$

Očigledno je uvijek

$$\sum_{n=1}^{n_0}U_k(n)I_k(n)\cos\psi_{k,n}\le\sum_{n=1}^{n_0}U_k(n)I_k(n)$$

No, Cauchy-Bunjakovskoga jednakost u obliku koji vrijedi za polinome, a u terminima elektrotehnike, glasi

$$\sum_{n=1}^{n_0}U_k^2(n)\cdot\sum_{n=1}^{n_0}I_k^2(n)=\left[\sum_{n=1}^{n_0}U_k(n)I_k(n)\right]^2+$$
$$+\frac{1}{2}\sum_{r=1}^{n_0}\sum_{s=1}^{n_0}\left[U_k(r)I_k(s)-U_k(s)I_k(r)\right]^2\ ;\quad r\ne s$$

odakle se odmah se vidi da je

$$\max(P_k)=\sqrt{\sum_{n=1}^{n_0}U_k^2(n)}\cdot\sqrt{\sum_{n=1}^{n_0}I_k^2(n)}=U_kI_k$$

uz uvjet da je

$$\frac{U_k(r)}{I_k(r)}=\frac{U_k(s)}{I_k(s)}=R_k=\frac{U_k}{I_k}\qquad(5)$$

Proizlazi da se maksimalna djelatna snaga k-te faze dobiva množenjem efektivnih vrijednosti napona U_k i struje I_k, tj. da je jednaka prividnoj snazi te faze. Slijedi da je

$$S_{AR}=\sum_{k=1}^{3}\max(P_k)=\sum_{k=1}^{3}U_kI_k\qquad(6)$$

Dakle, aritmetička prividna snaga bi se dobila u nekoj trofaznoj mreži ako bi se mreža trošila mogla prikazati zvijezdom otpora *otpornosti* R_k.

Napomena: Pri određivanju aritmetičke prividne snage svaka se od faza promatra nezavisno od drugih, pa se je do rezultata (6) moglo doći odmah primijenivši definiciju prividne snage jednoprilaza iz poglavlja 16!

26.1.3 Sistemska prividna snaga

Sistemska prividna snaga predstavlja maksimalnu vrijednost aritmetičke prividne snage, tj.

$$S_S=\max\,(\sum_{k=1}^{3}U_kI_k)$$

U skladu s Cauchy-Bunjakovskoga jednakošću vrijedit će da je

$$\sum_{k=1}^{3}U_k^2\sum_{k=1}^{3}I_k^2=\left(\sum_{k=1}^{3}U_kI_k\right)^2+\frac{1}{2}\sum_{r=1}^{3}\sum_{s=1}^{3}(U_rI_s-U_sI_r)^2\ ;\ r\ne s$$

odakle se odmah se vidi da je sistemska prividna snaga

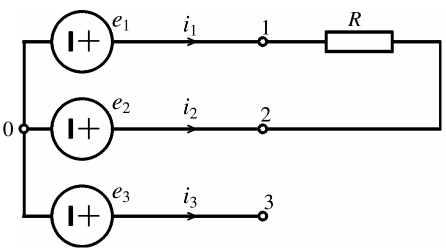
$$S_S=\sqrt{\sum_{k=1}^{3}U_k^2}\cdot\sqrt{\sum_{k=1}^{3}I_k^2}=U\cdot I\qquad(7)$$

i vrijedi uz uvjet da je

$$\frac{U_r}{I_r}=\frac{U_s}{I_s}=R=\frac{U}{I}\qquad(8)$$

Sistemska prividna snaga je maksimalna djelatna snaga koju bi preuzelo trošilo sastavljeno od zvijezde otpora *jednakih otpornosti R*.

Primjer:
Odredite faktore snage $\lambda_{AR}=P/S_{AR}$ i $\lambda_S=P/S_S$ trofazne mreže opterećene otporom R prema slici 26.2. Trofazna je mreža modelirana simetričnim trofaznim naponskim izvorom efektivne vrijednosti napona $E_k=E$ (k=1,2,3).



Sl. 26.2 Primjer nesimetrično opterećene trofazne mreže.

Rješenje:
Vrijedi da je

$$I_1=I_2=\frac{\sqrt{3}E}{R}\quad;\quad I_3=0$$

Djelatna snaga je očigledno

$$P=R\,I_1^2=\frac{3E^2}{R}$$

dok je aritmetička prividna snaga u skladu s izrazom (6) jednaka

$$S_{AR}=E_1I_1+E_2I_2+E_3I_3=2E\cdot\frac{\sqrt{3}E}{R}=2\sqrt{3}\frac{E^2}{R}$$

dok je sistemska prividna snaga u skladu s izrazom (7) jednaka

$$S_S^2=(E_1^2+E_2^2+E_3^2)(I_1^2+I_2^2+I_3^2)=3E^2\cdot 2\cdot\frac{3E^2}{R^2}=18\frac{E^4}{R^2}$$

odnosno

$$S_S=3\sqrt{2}\frac{E^2}{R}$$

Odgovarajući faktori snage su

$$\lambda_{AR}=\frac{P}{S_{AR}}=\frac{\sqrt{3}}{2}=0.866$$
$$\lambda_S=\frac{P}{S_S}=\frac{1}{\sqrt{2}}=0.707$$

26.1.4 Rastav prividne snage na komponente

Rastav prividne snage na komponente je važan, kako je to pokazala analiza provedena u poglavlju 16 na primjeru jednofazne (jednoprilazne) mreže, jer nam omogućuje da otkrijemo *uzroke* zbog čega je u nekoj mreži na nekom prilazu prividna snaga veća od djelatne.

U jednofaznim mrežama postoje tri razloga

a) pojava jalovih snaga na frekvencijama → ***jalova snaga*** S_x

b) raspršenje vodljivosti jednoprilaza oko ekvivalentne vodljivosti → ***raspršena snaga*** D_S, i

c) pojava harmonijskih članova u struji kojih nema u naponu poticaja → ***snaga distorzije*** S_D.

U višefaznim mrežama pojavljuje se i *nesimetrija trošila*, što je vidljivo iz analize primjera u prethodnom odsječku te se uvodi i dodatni razlog zašto je u višefaznim mrežama prividna snaga veća od djelatne. To je

d) *nesimetrija trošila* i s njom povezan pojam ***snage nesimetrije*** S_n.

No, nije dovoljno samo otkriti uzroke zašto je $S > P$. Treba naći *metode kako smanjiti* pojedine komponente prividne snage tako da u optimalnom slučaju bude $S = P$. To je ključno pitanje u *trofaznim mrežama* budući da se njima prenosi praktički sva proizvedena električna energija.

Prema onome što je izloženo u poglavlju 16, optimalno bi bilo da je struja prilaza (faze) za zadanu snagu P i efektivnu vrijednost napona U oblika

$$i_a=G_e u$$

gdje je G_e ekvivalentna vodljivost prilaza, određena u periodičkom režimu rada izrazom (16.12.), tj.

$$G_e=\frac{P}{U^2}=\frac{\frac{1}{T}\int_0^T u(t)i(t)dt}{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$$

No, djelatna snaga P i efektivna vrijednost U su integralne veličine i njihove vrijednosti saznajemo najranije *tek nakon što je istekla jedna perioda rada*. Mijenja li se opterećenje unutar periode, a to je danas sve češći slučaj s povećanjem primjene i snaga uređaja energetske elektronike, promjena struje jednoprilaza $i(t)$ na optimalnu vrijednost $i_a(t)$ nije moguća u istom trenutku. Analogna razmatranja vrijede i za eventualnu nezavisnu eliminaciju pojedinih komponenata prividne snage.

Pravo bi rješenje bilo − *djelovati na osnovi informacije o trenutnoj snazi*.

26.2 KOMPONENTE TRENUTNE SNAGE
(J.L. Willems, 1992.)

Osnovno je pitanje može li se pronaći rastav trenutne vrijednosti struje k-te faze trofazne mreže

$$i_k=i_{pk}+i_{qk} \tag{9}$$

takav da vrijedi

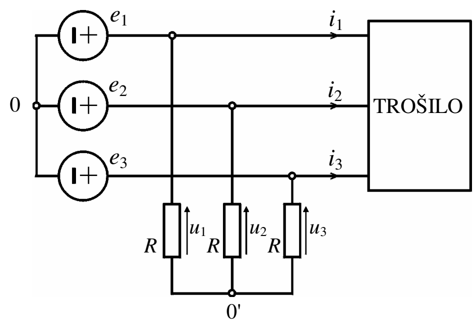
$$\sum_{k=1}^{3}u_k i_k=\sum_{k=1}^{3}u_k i_{pk}=p(t) \tag{10}$$

tj. da je

$$\sum_{k=1}^{3}u_k i_{qk}=0 \tag{11}$$

Jer ako je to moguće, to bi značilo da uz istu trenutnu snagu $p(t)$ postoje različiti valni oblici struje. Pri tome bi za praksu bio najvažniji onaj oblik struje i_{pk} za koju bi bili minimizirani gubici energije, dakle, interesirat će nas minimum funkcije

$$\sum_{k=1}^{3}i_{pk}^2 \tag{12}$$



Sl. 26.3 Analizirana trofazna mreža.

Ovako definirana zadaća svodi se na određivanje vezanog ekstrema funkcije (12) uz ograničenje dano izrazom (11) i ograničenje da je

$$\sum_{k=1}^{3}i_{qk}=0$$

koje je očigledno. Ova se zadaća rješava tako da se napiše funkcija

$$F = \sum_{k=1}^{3} i_{pk}^2 + \lambda \sum_{k=1}^{3} u_k i_{qk} + \mu \sum_{k=1}^{3} i_{qk}$$

s još nepoznatim Lagrangeovim multiplikatorima λ i μ. Nužni uvjet da bi funkcija F imala minimum jest

$$\frac{\partial F}{\partial i_{qk}} = 0 = \frac{\partial}{\partial i_{qk}} (i_k - i_{qk})^2 + \lambda u_k + \mu$$

tj.

$$2i_k = 2i_{qk} + \lambda u_k + \mu \qquad (13)$$

Zbrojimo li ove izraze po svim k = 1,2,3 te uzevši u obzir i da je

$$\sum_{k=1}^{3} u_k = 0$$

proizlazi da je $\mu = 0$ i da je

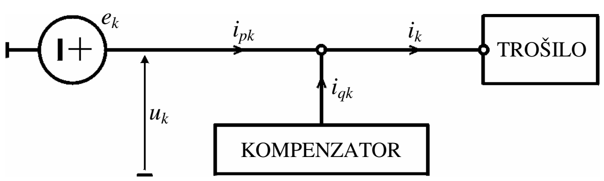
$$\lambda = 2\frac{p(t)}{\sum_{k=1}^{3} u_k^2}$$

što uvršteno u (13) daje

$$i_{pk} = \frac{1}{2}\lambda u_k = \frac{p(t)}{\sum_{k=1}^{3} u_k^2(t)} u_k(t) \quad ; \quad i_{qk} = i_k - i_{pk} \qquad (14)$$

Zaključujemo:

a) Želimo li rasteretiti pojnu mrežu, a time i smanjiti gubitke prijenosa, paralelno trošilu valja ugraditi ***kompenzator*** prema slici 26.4



Sl. 26.4 Načelna shema spoja kompenzacije struje i_{qk} k-te faze.

b) Budući da vrijedi jednakost (10), tj. da je trenutna snaga *nepromijenjena*, proizlazi da kompenzator *ne treba sadržavati reaktivne komponente*.

Uvedimo pojam ***trenutne djelatne snage***. Prema (14) je

$$i_{pk}^2 = \frac{p^2(t)}{(\sum_{k=1}^{3} u_k^2)^2} u_k^2$$

te ako zbrojimo po svim k, proizlazi da je

$$p(t) = \sqrt{\sum_{k=1}^{3} u_k^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^{3} i_{pk}^2} \qquad (15)$$

Očigledno, *trenutna djelatna snaga* tek je drugo ime za trenutnu snagu $p(t)$ definiranu izrazom (1), no iz izraza (15) jasno se vidi da se uz istu trenutnu snagu $p(t)$ gubici prijenosa mogu smanjiti budući da je izvor dovoljno opteretiti samo strujama i_{pk}!

Prema (9) te uzevši u obzir (14) je

$$i_k^2 = (i_{pk} + i_{qk})^2 = i_{pk}^2 + i_{qk}^2 + 2i_{qk}\, p \frac{u_k}{\sum_{k=1}^{3} u_k^2}$$

Zbrojimo li ove izraze po svim k, dobivamo

$$\sum_{k=1}^{3} i_k^2 = \sum_{k=1}^{3} i_{pk}^2 + \sum_{k=1}^{3} i_{qk}^2 + 2\frac{p}{\sum_{k=1}^{3} u_k^2} \underbrace{\sum_{k=1}^{3} u_k i_{qk}}_{0}$$

tj. i_{pk} i i_{qk} su međusobno ortogonalni. Uvodimo pojam ***trenutne jalove snage***

$$q(t) = \sqrt{\sum_{k=1}^{3} u_k^2} \sqrt{\sum_{k=1}^{3} i_{qk}^2} \qquad (16)$$

i ***trenutne prividne snage***

$$s(t) = \sqrt{\sum_{k=1}^{3} u_k^2} \cdot \sqrt{\sum_{k=1}^{3} i_k^2} \qquad (17)$$

Vrijedi da je:

$$s(t) = \sqrt{p^2(t) + q^2(t)} \qquad (18)$$

Zaključujemo:

a) Kompenzatorom bez reaktivnih komponenata možemo djelovati tako da bude

$$q(t) \equiv 0$$

Fizikalno $q(t)$ predstavlja *oscilacije snage između faza*, tj. onaj dio snage koji ne sudjeluje u prijenosu energije od izvora prema trošilu. To proizlazi iz činjenice što se trenutna snaga odgovorna za prijenos energije od izvora prema trošilu $p(t)$ nije promijenila, iako je $q(t)$=0. No, gubici prijenosa su smanjeni jer je

$$\sum_{k=1}^{3} i_{pk}^2 < \sum_{k=1}^{3} i_k^2$$

b) *Trenutna kompenzacija* je moguća budući da valni oblik struje i_{qk}, koju mora dati kompenzator, prema (14) određuju samo trenutne vrijednosti.

26.3 POTPUNA KOMPENZACIJA

Na osnovi izloženog u odsječku 26.1, iz definicije sistemske prividne snage zaključujemo da je za *minimalne gubitke* prijenosa električne energije nužno pretpostaviti da je pojna mreža opterećena simetrično trima jednakim otporima takve otpornosti da je $S_S = P$.

U terminima trenutne snage ovo znači da se i nakon kompenzacije trenutne jalove snage $q(t)$ gubici prijenosa mogu i dalje smanjiti, ali sada djelovanjem na valni oblik trenutne snage $p(t)$ tako da *ne mijenjajući snagu trošila P smanjimo srednje gubitke*. Budući da se mijenja $p(t)$, pripadni kompenzatori nužno *moraju sadržavati reaktivne komponente*.

"Minimalni" valni oblik struje, odgovoran za snagu trošila P je prema Fryze-u u k-toj fazi oblika

$$i_{ak} = G_e u_k$$

te je

$$p_a(t) = \sum_{k=1}^{3} u_k i_{ak} = G_e \sum_{k=1}^{3} u_k^2 \neq p(t)$$

iako je naravno

$$\frac{1}{T}\int_0^T p_a dt = \frac{1}{T}\int_0^T p dt = P$$

Pri tome je

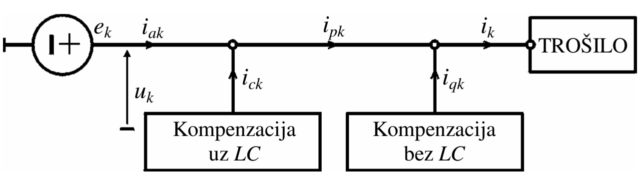
$$P = G_e \sum_{k=1}^{3} U_k^2$$

gdje je U_k efektivna vrijednost faznog napona $u_k(t)$, odakle dobivamo izraz za ekvivalentnu vodljivost trošila

$$G_e = \frac{P}{\sum_{k=1}^{3} U_k^2} \tag{19}$$

Potpuna kompenzacija ostvarena je ako kroz izvor i prijenosne vodove teku struje valnih oblika $i_{ak}(t)$. Ugradi li se kompenzator, to će za k-tu fazu vrijediti da je

$$i_{ck} = i_{pk} - i_{ak} = u_k(t)\left[\frac{p(t)}{\sum_{k=1}^{3} u_k^2(t)} - G_e\right] \tag{20}$$



Sl. 26.5 Načelna shema potpune kompenzacije k-te faze.

U skladu s izrazom (20) očigledno je da za k-tu fazu vrijedi

$$i_{ck}^2 = (i_{pk} - i_{ak})^2 = i_{pk}^2 + i_{ak}^2 - 2 i_{pk} \cdot G_e u_k$$

Zbrojimo li ove izraze po svim k, proizlazi da je

$$\sum_{k=1}^{3} i_{ck}^2 = \sum_{k=1}^{3} i_{pk}^2 + \sum_{k=1}^{3} i_{ak}^2 - 2G_e \sum_{k=1}^{3} u_k i_{pk} \qquad \Big/ \frac{1}{T}\int_0^T ...dt$$

što nakon integriranja daje

$$\sum_{k=1}^{3} I_{ck}^2 = \sum_{k=1}^{3} I_{pk}^2 + \sum_{k=1}^{3} I_{ak}^2 - 2G_e P$$

Kako je

$$G_e P = G_e^2 \sum_{k=1}^{3} U_k^2 = \sum_{k=1}^{3} I_{ak}^2$$

konačno dobivamo da je

$$\sum_{k=1}^{3} I_{ck}^2 = \sum_{k=1}^{3} I_{pk}^2 - \sum_{k=1}^{3} I_{ak}^2$$

tj. da je

$$\sum_{k=1}^{3} I_{ak}^2 < \sum_{k=1}^{3} I_{pk}^2$$

što znači da su gubici prijenosa energije potpunom kompenzacijom smanjeni na minimum.

Napomena: U jednofaznim mrežama je $k = 1$, te je prema izrazu (14), $i_{p1} = i_1$, $i_{q1} \equiv 0$. Kompenzacija bez reaktivnih komponenata, dakle trenutna kompenzacija *nije moguća*.

Primjer:

Odredite valni oblik struje kompenzatora u k-toj fazi ako trofazni simetrični naponski izvor valnog oblika napona

$$u_k = \hat{U}\sin[\omega t - (k-1)\frac{2\pi}{3}]$$

napaja linearno simetrično trofazno trošilo tako da je struja k-te faze valnog oblika danog izrazom

$$i_k = \hat{I}\sin[\omega t - (k-1)\frac{2\pi}{3} - \psi]$$

Rješenje:

Za trofaznu simetričnu mrežu opterećenu linearnim simetričnim trošilom, dakle uravnoteženu mrežu, vrijedi da je

$$p(t) = \sum_{k=1}^{3} u_k i_k = \frac{3}{2}\hat{U}\hat{I}\cos\psi = P$$

a da je

$$\sum_{k=1}^{3} u_k^2 = \hat{U}^2 \sum_{k=1}^{3} \sin^2[\omega t - (k-1)\frac{2\pi}{3}] = \frac{3}{2}\hat{U}^2$$

pa dobivamo u skladu s izrazom (14) da je

$$i_{pk} = \frac{p(t)}{\sum_{k=1}^{3} u_k^2} = \frac{\hat{I}\cos\psi}{\hat{U}} u_k$$

$$i_{qk} = i_k - i_{pk}$$

Prema (19) je

$$G_e = \frac{P}{\sum_{k=1}^{3} U_k^2} = \frac{\frac{3}{2}\hat{U}\hat{I}\cos\psi}{\frac{3}{2}\hat{U}^2} = \frac{\hat{I}\cos\psi}{\hat{U}}$$

pa je $i_{pk} = G_e u_k$, a prema definiciji je $i_{ak} = G_e u_K$, što znači da je u skladu s izrazom (20)

$$i_{ck} \equiv 0$$

Zaključujemo da je za potpunu kompenzaciju dovoljan samo kompenzator bez reaktivnih komponenata, dakle *trenutna kompenzacija je moguća*.