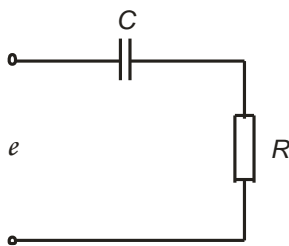


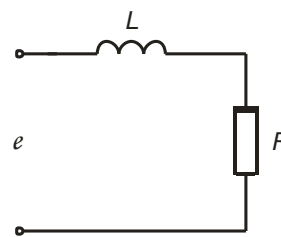
10. domaća zadaća iz Osnova elektrotehnike i elektronike

- U krugu na slici izračunajte radnu, jalovu i prividnu snagu te napišite izraze za struju i napone na otporniku i kondenzatoru. Također nacrtajte i fazorski dijagram te trokut snaga. Zadano je: $e = 120\sin(10^3t - 45^\circ)$, V, $R = 1\text{ k}\Omega$, $C = 750\text{ nF}$.
- U krugu na slici napišite izraze za struju i napone na otporniku i zavojnici, izračunajte radnu, jalovu i prividnu snagu te nacrtajte fazorski dijagram i trokut snaga. Zadano je: $e = 40\sin(3 \cdot 10^5t + 120^\circ)$, mV, $R = 9\ \Omega$, $L = 50\ \mu\text{H}$.

1.



2.



Rješenja

$$1. \quad e = 120\sin(10^3t - 45^\circ), \text{ V}$$

$$E_m = 120 \text{ V} \quad \omega = 10^3 \text{ rad/s} \quad \phi = -45^\circ$$

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 60\sqrt{2} = 84,85 \text{ V}$$

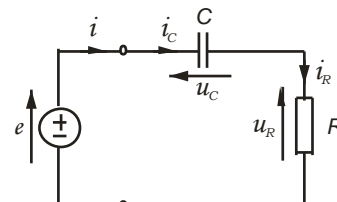
$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^3 \cdot 750 \cdot 10^{-9}} = 1,33 \text{ k}\Omega,$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = 1,66 \text{ k}\Omega$$

$$I = \frac{E}{Z} = 50,91 \text{ mA}$$

$$I_R = I_C = I$$

Opći oblik sinusnog napona je $e = E_m \sin(\omega t + \phi)$



Snage

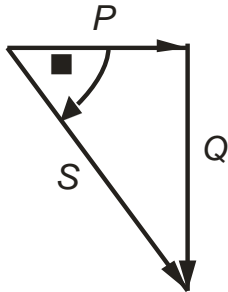
$$P = P_R = U_R \cdot I_R = I^2 \cdot R = 2,592 \text{ W}$$

$$Q = Q_c = U_c \cdot I_c = I^2 \cdot X_c = 3,456 \text{ VAR}$$

$$S = E \cdot I = 4,32 \text{ VA}$$

$$\text{Provjera } S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 4,32 \text{ VA}$$

Trokut snaga



$$\varphi = \arctg \frac{Q}{P} = 53,13^\circ$$

Kut φ je ujedno i kut koji odgovara faznom pomaku između napona i struje izvora.

Kod kondenzatora struja prethodi naponu za 90° . U serijskom RC spoju struja će prethoditi za kut $0 < \varphi < 90^\circ$.

Struje i naponi u vremenskom obliku

$$i = I_m \sin(\omega t + \phi + \varphi)$$

Kut φ se pribraja struji, jer ona **prethodi** naponu izvora!

$$I_m = I\sqrt{2} = 72 \text{ mA},$$

$$\phi = -45^\circ$$

$$\varphi = 53,13^\circ$$

$$i = 72 \sin(10^3 t + 8,130^\circ), \text{ mA}$$

$$u_R = R \cdot i_R$$

$$u_R = 72 \sin(10^3 t + 8,130^\circ), \text{ V}$$

Napon i struja otpornika su u fazi!

$$u_C = U_{Cm} \sin(\omega t + \varphi_i - 90^\circ)$$

$\varphi_i = \phi + \varphi = 8,130^\circ$. Kut φ_i je fazni kut struje.

$$U_{Cm} = U_C \sqrt{2}$$

$$U_C = X_C \cdot I_C = 67,88 \text{ V},$$

$$U_{Cm} = 96 \text{ V}$$

$$u_C = 96 \sin(10^3 t - 81,87^\circ), \text{ V}$$

Napon na kondenzatoru zaostaje za strujom za 90° !

Provjera:
$$i_C = C \cdot \frac{du_C}{dt} = C \cdot \frac{d[U_{Cm} \sin(\omega t + \theta)]}{dt} = C \cdot \omega \cdot U_{Cm} \cos(\omega t + \theta)$$

$$i_C = 72 \cos(10^3 t - 81,87^\circ) = 72 \sin(10^3 t + 90^\circ - 81,87^\circ) = 72 \sin(10^3 t + 8,130^\circ), \text{ mA}$$

Fazorski dijagram

Načelo crtanja:

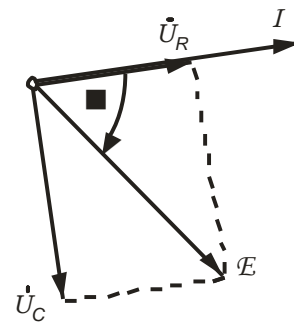
Najprije se nacrtava fazor veličine (struje ili napona) koja je zajednička za sve komponente u krugu. U serijskom spoju to je struja. Potom se crtaju naponi. Napon na otporniku je u fazi sa strujom, a napon na kondenzatoru kasni za strujom za 90° . Dakle u odnosu na fazor struje pomaknut je za 90° u smjeru kazaljke na satu. Napon izvora je zbroj napona na kondenzatoru i napona na otporniku. Zbrajanje se izvodi po pravilu paralelograma.

Fazorski dijagram treba biti tako zakrenut da kutevi fazora odgovaraju početnim faznim kutovima pripadajućih sinusnih funkcija. Npr. napon izvora je pod kutem od -45° . Kut φ između struje i napona izvora odgovara kutu φ iz trokuta snaga.

$$U_R = \frac{U_{Rm}}{\sqrt{2}} = 36\sqrt{2} = 50,91 \text{ V}$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_C}{U_R} = \arctg \frac{X_C \cdot I}{R \cdot I} = \arctg \frac{X_C}{R}$$

$$\varphi = 53,13^\circ$$



2. $e = 40 \sin(3 \cdot 10^5 t + 120^\circ), \text{ mV}$ Opći oblik sinusnog napona je $e = E_m \sin(\omega t + \phi)$

\swarrow \swarrow \swarrow
 $E_m = 40 \text{ mV}$ $\omega = 3 \cdot 10^5 \text{ rad/s}$ $\phi = 120^\circ$

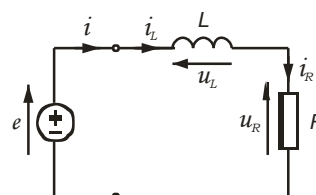
$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} = 20\sqrt{2} = 28,28 \text{ mV}$$

$$X_L = \omega L = 3 \cdot 10^5 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 15 \Omega,$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = 17,49 \Omega$$

$$I = \frac{E}{Z} = 1,617 \text{ mA}$$

$$I_R = I_L = I$$



Fazorski dijagram

Od reaktivnih komponenata u krugu se nalazi jedino zavojnica što znači da će struja kasniti za naponom izvora.

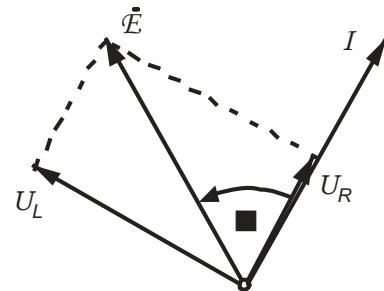
Zajednička veličina je struja pa se najprije nacrtava fazor struje. Napon na otporniku je u fazi sa strujom, a napon na zavojnici joj prethodi za 90° (i zakrenut je suprotno od kazaljke na satu.) Napon izvora je zbroj napona na otporniku i napona na zavojnici.

$$U_R = R \cdot I_R = 14,55 \text{ mV}$$

$$U_L = X_L \cdot I_L = 24,25 \text{ mV}$$

$$\varphi = \arctg \frac{U_L}{U_R} = \arctg \frac{X_L \cdot I}{R \cdot I} = \arctg \frac{X_L}{R}$$

$$\varphi = 59,04^\circ$$



Struje i naponi u vremenskom obliku

$$i = I_m \sin(\omega t + \phi - \varphi) \quad \text{ili} \quad i = I_m \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$\varphi_i = \phi - \varphi = 60,96^\circ \quad \text{Kut } \varphi_i \text{ je fazni kut struje.}$$

Kut ϕ se oduzima od struje, jer ona **kasni** za naponom izvora!

$$I_m = I\sqrt{2} = 2,287 \text{ mA},$$

$$\phi = 120^\circ$$

$$\varphi = 59,04^\circ$$

$$i = 2,287 \sin(3 \cdot 10^5 t + 60,94^\circ), \text{ mA}$$

$$u_R = U_R \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$u_R = 20,58 \sin(3 \cdot 10^5 t + 60,96^\circ), \text{ mV}$$

Napon i struja otpornika su u fazi!

$$u_L = U_L \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi_i + 90^\circ) \quad \text{ili}$$

$$u_L = U_L \sqrt{2} \sin[\omega t + \phi + (90^\circ - \varphi)]$$

$$u_L = 34,30 \sin(3 \cdot 10^5 t + 151,0^\circ), \text{ mV}$$

Napon na zavojnici prethodi struji za 90° !

$$\text{Provjera:} \quad u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} = L \cdot \frac{d[I_{Lm} \sin(\omega t + \varphi_i)]}{dt} = L \cdot \omega \cdot I_{Lm} \cos(\omega t + \varphi_i)$$

$$u_L = 34,30 \cos(3 \cdot 10^5 t + 60,96^\circ) = 34,30 \sin(3 \cdot 10^5 t + 90^\circ + 60,96^\circ) = 34,30 \sin(3 \cdot 10^5 t + 151,0^\circ), \text{ mV}$$

Snage

$$P = I^2 \cdot R = 23,53 \mu W$$

ili $P = E \cdot I \cdot \cos \varphi = 23,53 \mu W$

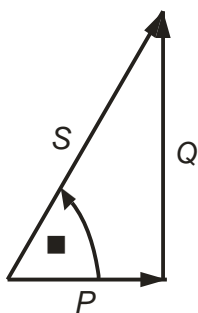
$$Q = I^2 \cdot X_L = 39,22 \mu VAR$$

ili $Q = E \cdot I \cdot \sin \varphi = 39,22 \mu VAR$

$$S = E \cdot I = 45,73 \mu VA$$

ili $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 45,73 \mu VA$

Trokut snaga



$$\varphi = \arctg \frac{Q}{P} = 59,04^\circ$$

Ovaj kut je ujedno i kut koji odgovara faznom pomaku između napona i struje izvora.

Kod zavojnice napon prethodi struji za 90° . U serijskom RL spoju struja će kasniti za naponom za kut $0 < \varphi < 90^\circ$.